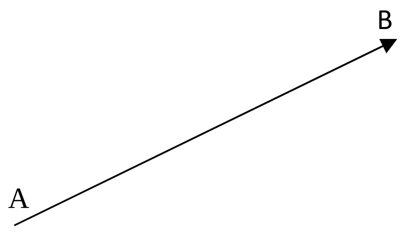
MST : Matière de Science Technique
-Ce module contient deux parties : partie mécanique et partie matériaux
-Pour les sections 1.2.3.4.5, on va entamer la partie mécanique puis la partie matériaux.
- Ce premier cour contient des généralités sur les vecteurs

1. Généralités sur les vecteurs

Introduction des vecteurs :

Définition :

Soit deux points A et B. On définit l'objet mathématique $\overrightarrow{AB}$ appelé **vecteur**.

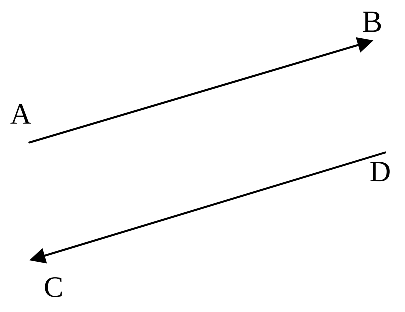


Remarque :

La notation d'un vecteur utilise le point d'origine et le point à l'extrémité du vecteur, le tout surmonté d'une flèche. C'est le cas de $\overrightarrow{AB}$.
Cependant on peut également utiliser une appellation différente sans prendre en compte les points d'origine et d'arrivée du vecteur mais juste y associer une autre lettre, tel que le vecteur $\overrightarrow{U}$ pour désigner le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Un vecteur est définit par trois composantes :

- **Sa direction** : celle de la droite qui porte le vecteur. Dans notre exemple il s'agit de la droite(AB).
- **Son sens** : dépend de l'orientation de la flèche. Ici le sens est de A vers B.
- **Sa longueur ou norme** : la norme est la longueur du segment [AB] noté $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Exemple :

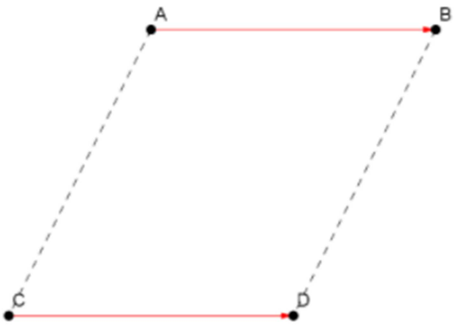


Les vecteurs AB et CD ont même direction, même longueur mais des sens opposés.

Définition :

Un **vecteur nul** est un vecteur tel que sa norme est nulle. Son point d'origine est confondu avec le point d'arrivé. Ainsi quelque soit le point A, on a $\overrightarrow{AA}= \overrightarrow{0}$.

Remarque :
Le vecteur nul n'a ni direction, ni sens.
Définition :
Soit le vecteur $\overrightarrow{AB}$. On note $\overrightarrow{BA}$ le **vecteur opposé** et on a $\overrightarrow{BA}$= -$\overrightarrow{AB}$.
Propriété :
Soit le quadrilatère ABCD. Si C est le symétrique de D par la translation du vecteur AB alors ABCD est un parallélogramme.

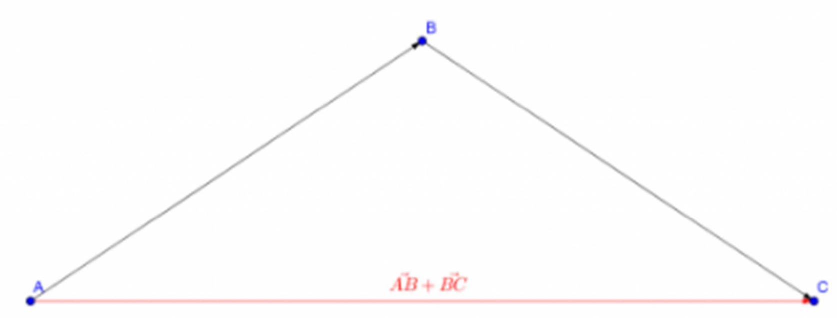


Soit le quadrilatère ABCD. Si $\overrightarrow{AB}$ est égal à $\overrightarrow{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme.

La somme des vecteurs :

Définition de la relation de Chasles :

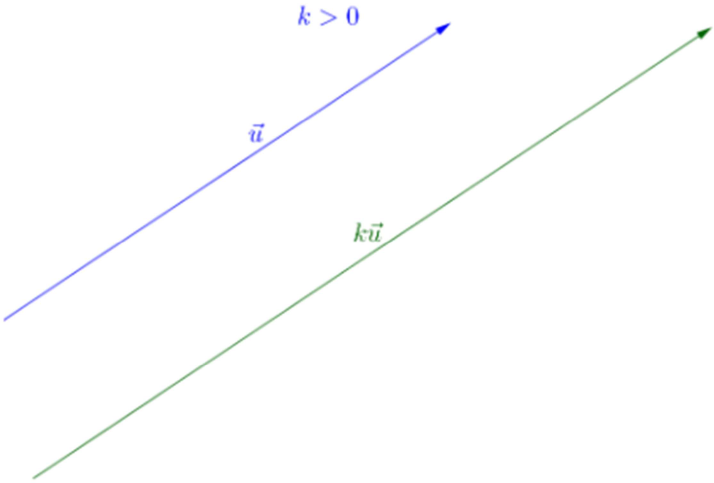
Soient trois points A , B et C du plan, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

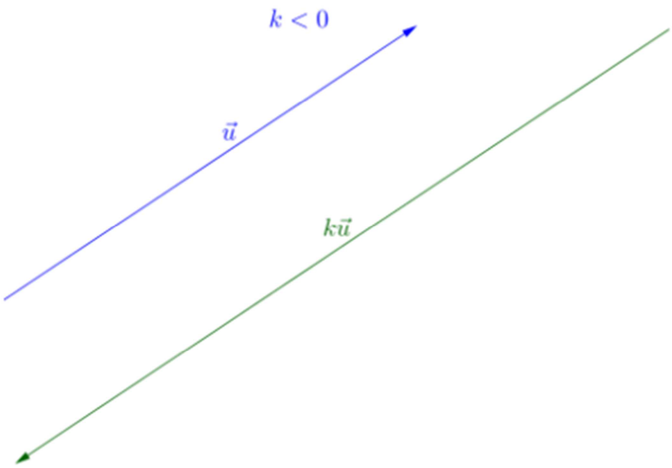


Remarque :
Attention ce n'est pas vraie pour les distances : AB + BC ≠ AC

Produit d'un vecteur par un nombre réel :
Soit un vecteur $\overrightarrow{u}$ et un réel k .
On définit le vecteur $\overrightarrow{u}$ tel que :

- $\overrightarrow{ku}$ et $\overrightarrow{u}$ ont même direction.
- ku et u ont le même sens si k est supérieur à 0 ou des sens opposés si k est inferieur à 0 .
- La norme de $\overrightarrow{ku}$, $\|\overrightarrow{ku}\|$ vaut $|k| * \|\overrightarrow{u}\|$.





Propriétés :

Soit k et k` des réels et u et v deux vecteurs.

On a les égalités suivantes :

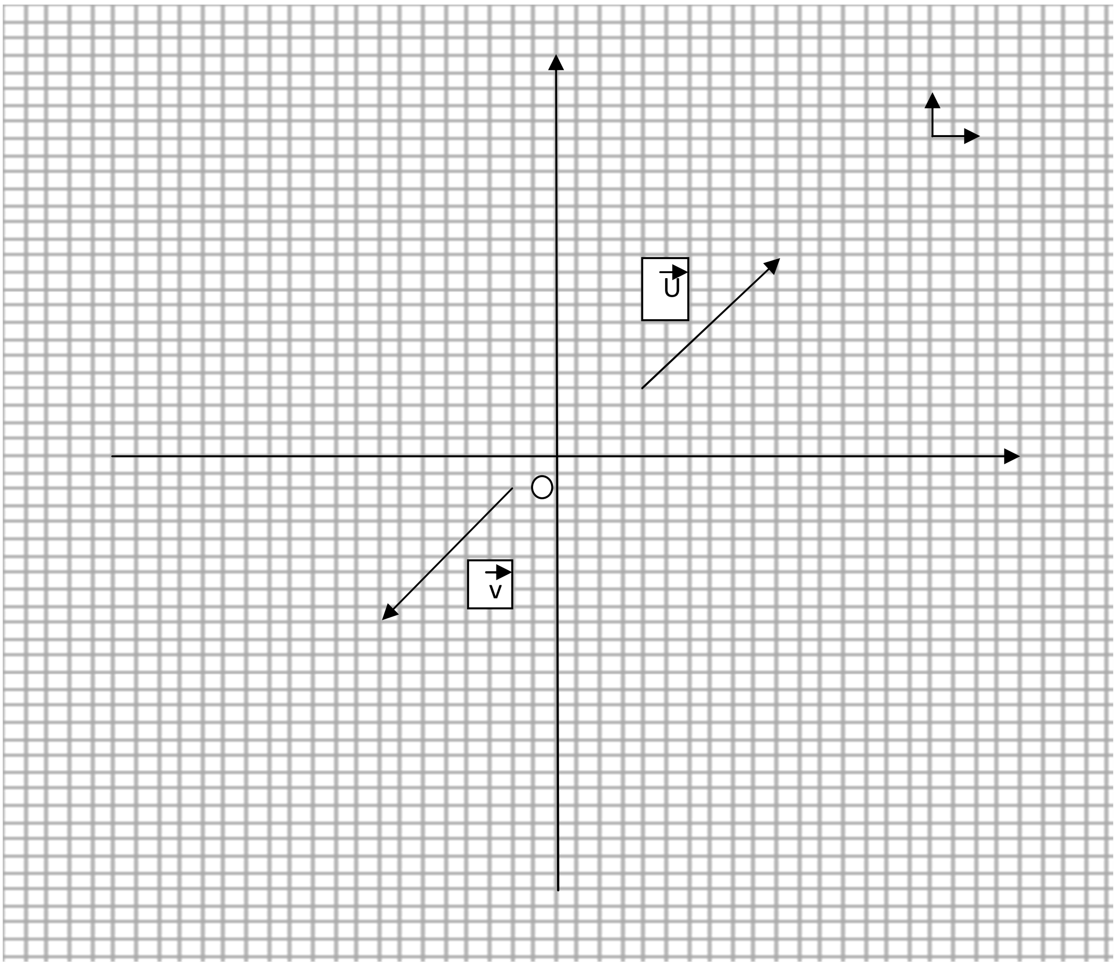
- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- $0 * \vec{u} = \vec{0}$
- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k + k`)\vec{u} = k\vec{u} + k`\vec{v}$
- $k(k`\vec{u}) = (kk`)\vec{u}$

Exemple :

$2\,\overrightarrow{AC} = 2 * (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 2\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{BC}$

Exercice :

-Donner les coordonnées des vecteurs suivants ?



Solution :

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} -4-1 \\ -5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$$