Université M'hamed Bougara Boumerdès
Faculté des Sciences

Département de Physique

Cours Physique1

N. NEHAOUA **S. BAHAMIDA**

Année : 2021/2022

UEF : Matière Physique 01

_ST_

Chapitre 0: Rappel Mathématique

I- Analyse Dimensionnelle

I.1. Grandeur physique

On appelle grandeurs physique toutes propriétés de la nature qui peut être quantifiée par la mesure ou par le calcul, et dont les differentes valeurs possibles s'expriment à l'aide d'un nombre accompagné d'une unité de mesure.

Grandeurs scalaires	Grandeurs vectorielles
Longueur (l)	Vitesse $\vec{v}$
Masse (m)	Accélération $\vec{a}$
Temps (t)	

I.2. Système international (SI)

Le SI fixe des règles pour les préfixes, les unités dérivées… Le SI est fondé sur un choix de 7 unités de base bien définies et considérées comme indépendantes du point de vue dimensionnel

Grandeurs de base	Unités	Symboles
Masse	Kilogramme	kg
Longueur	Mètre	m
Temps	Seconde	s
Intensité du courant électrique	Ampère	A
Température	Kelvin	K
Quantité de la matière	Mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

I.2. Dimension d'une grandeur physique

Grandeurs de base (G)	Symbole	Dimension [G]
Masse	m	M
Longueur	l	L
Temps	t	T
ntensité du courant électrique	i	I
Température	T	θ
Quantité de la matière	n	N
Intensité lumineuse		J

Grandeurs	Symbole	Formule de base	Dimension [G]
Surface	S	Ll	L^2
Volume	V	Llh	L^3
vitesse	v	v = h/t	LT^{-1}
accélération	a	a=v/t	LT^{-2}
Force	F	F=ma	MLT^{-2}
Pression	P	P=F/S	$ML^{-1}T^{-2}$

Équations aux dimensions

Les équations aux dimensions sont des écritures conventionnelles qui résument simplement la définition des grandeurs dérivées des unités fondamentales : Longueur, Masse et Temps : symbolisées par les majuscules L, M et T.

On écrit :

$$[G] = L^a M^b T^c I^d \theta^e N^f cd^g$$

I.3. Application

Exemple 0.1

Donner la dimension et les unités dans le Système International (SI) des grandeurs suivantes : Force, Quantité du mouvement, Energie (Travail), Puissance, Masse volumique, Pression, Charge électrique, constante de raideur k, Champ électrique E.

Exemple 0.2

La période du pendule simple est donnée par la relation suivante : $T = 2\pi l^{\alpha} g^{\beta}$

Déterminer les constantes α et β.

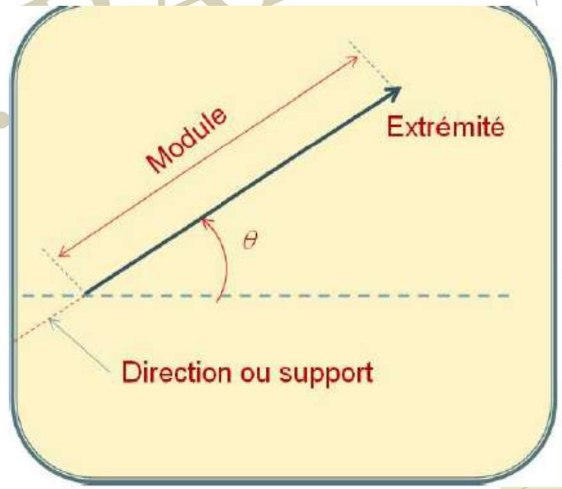
Exemple 0. 3

Montrer que le produit d'une pression par un volume est homogène à une énergie.
Déduire l'unité de la constante R des gaz parfaits

II. Rappel vectoriel

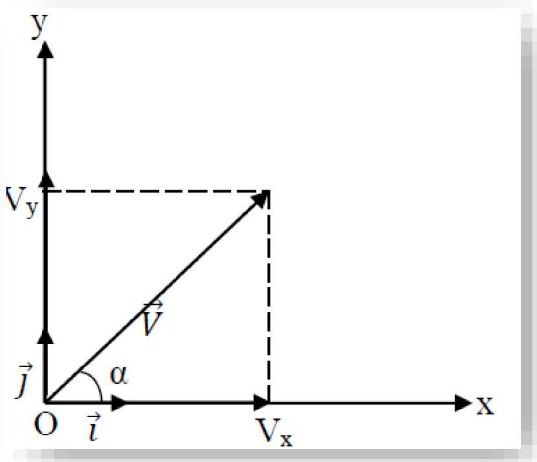
Définition: Un vecteur est une entité mathématique définie par une origine, une direction, un sens et une intensité.

- ***L'origine*** : le point d'application
- ***La direction*** **:** la droite qui porte le vecteur**.** Elle est définie par l'angle θ mesuré entre un axe de référence et le support.
- ***Le sens*** représente l'orientation origine-extrémité du vecteur et est symbolisé par une flèche.
- ***L'intensité, norme ou module*****,** représente la valeur de la grandeur mesurée par le vecteur



II.1. Composante du vecteur

•Plan (O, x, y)



$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$

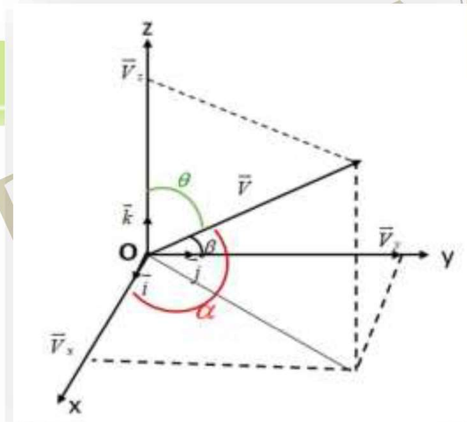
$$\vec{V}_x = V_x\vec{i}$$

$$\vec{V}_y = V_y\vec{j}$$

• Plan (O, x, y, z)

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$



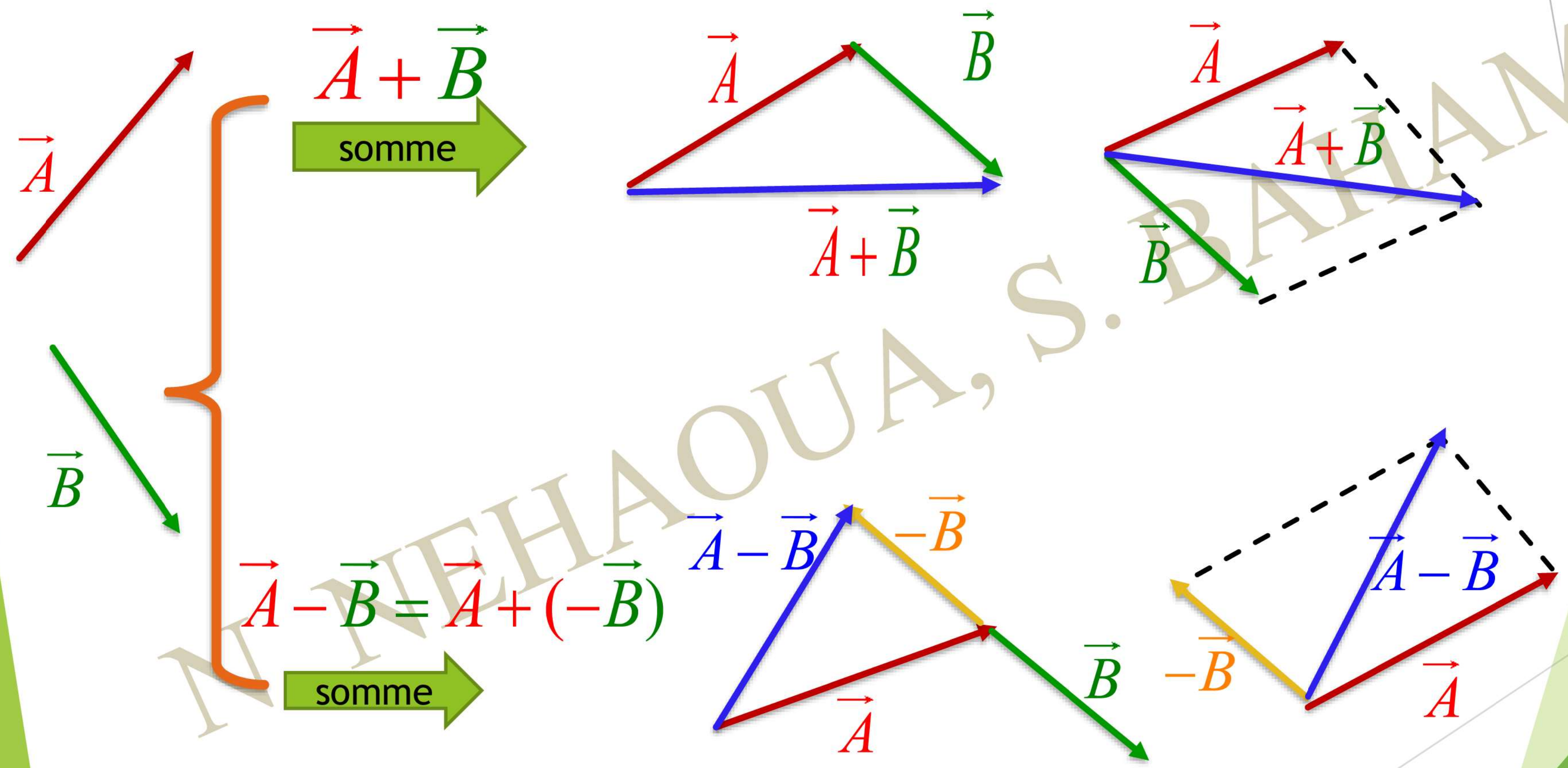
Module de vecteur V

$$\left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$\left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

II.2. Opération sur les Vecteurs

Soit deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$



Multiplication de vecteurs par un scalaire

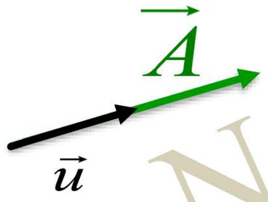
$\vec{A}$ est un vecteur de module $\|\vec{A}\|$,où $\vec{A} = \|\vec{A}\|\vec{u}$

Soit p est nombre positif (négatif) et est un multiplicateur de vecteur $\vec{A}$

$$\vec{B} = p\vec{A}$$

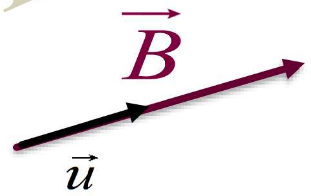
Example

$\vec{A} = 2\ \vec{u}$



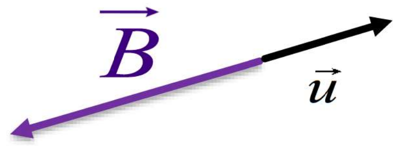
***p* positif** **p=1**

$\vec{B} = \vec{A} = 2\vec{u}$



***p* négatif** **p=-1**

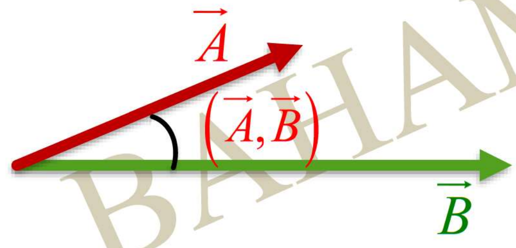
$\vec{B} = -\vec{A} = -2\vec{u}$



Produit scalaire

Définition: Le produit scalaire de deux vecteurs est un scalaire.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \|\vec{A}\|\|\vec{B}\|\cos(\vec{A},\vec{B})$$



Expression en coordonné cartésien

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

Propriétés

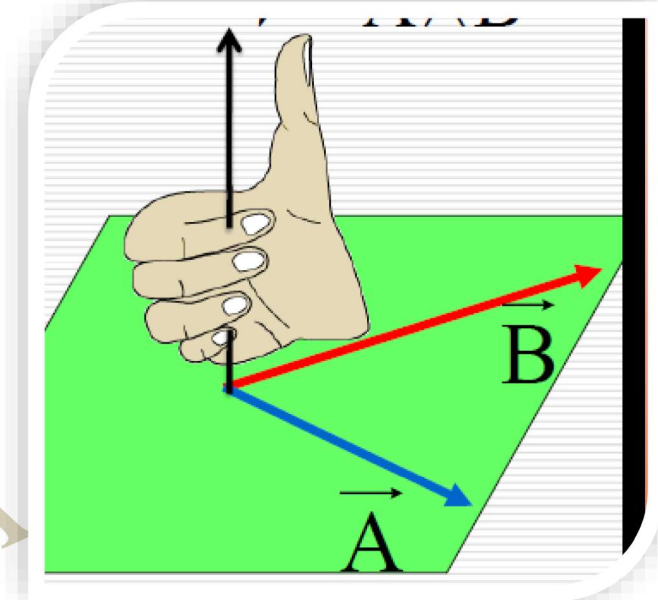
$$\begin{cases} \vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A} \\ \vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C} \\ p(\vec{A}\cdot\vec{B}) = (p\vec{A})\cdot\vec{B} = \vec{A}\cdot(p\vec{B}) = p\vec{A}\cdot\vec{B} \\ \vec{A}\cdot\vec{B} = 0 \text{ si } \vec{A}\perp\vec{B} \text{ et } \vec{A}\cdot\vec{B} = AB \text{ si } \vec{A}//\vec{B} \end{cases}$$

Produit vectoriel

Le produit vectoriel de deux vecteurs est un vecteur

$$\vec{V} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$\boxed{\|\vec{V}\| = \|\vec{A}\|\|\vec{B}\|\sin\left(\vec{A},\vec{B}\right)}$$



Propriétés

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$$

$$\vec{A} \wedge \left(\vec{B} + \vec{C}\right) = \vec{A} \wedge \vec{B} + \vec{A} \wedge \vec{C}$$

$$p\left(\vec{A} \wedge \vec{B}\right) = \left(p\vec{A}\right) \wedge \vec{B} = \vec{A} \wedge \left(p\vec{B}\right)$$

$$Si\ \ \vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{0} \ \text{ alors } \begin{cases} \vec{A} = \vec{0} \\ \vec{B} = \vec{0} \\ \vec{A} \square \vec{B} \end{cases}$$

$$\vec{W} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \overrightarrow{-j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1 z_2 - z_1 y_2)\vec{i} - (x_1 z_2 - z_1 x_2)\vec{j} + (x_1 y_2 - y_1 x_2)\vec{k}$$

Double produit vectoriel

$$\vec{A} \wedge \left(\vec{B} \wedge \vec{C}\right) = \vec{B}\left(\vec{A} \cdot \vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A} \cdot \vec{B}\right)$$

Produit mixte

Produit mixte donne le volume du parallélépipède construit sur les trois vecteurs A ,B et C

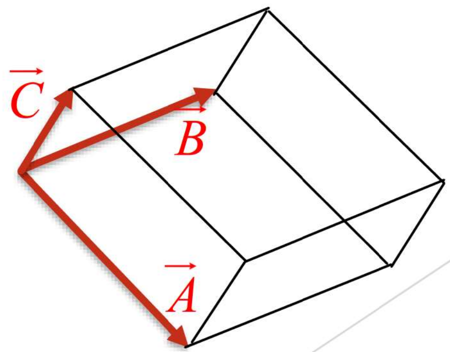
$$W = \left(\vec{A}\times\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$$

Le produit mixte est nul, si :

- *Les trois vecteurs sont dans le même plan*
- *Deux des vecteurs sont colinéaires.*
- *L'un des vecteurs, est nul.*

Le produit mixte est un variant scalaire par permutation circulaire direct des trois vecteurs car le produit scalaire est commutatif

$$\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\vec{C}\cdot\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)=\vec{B}\cdot\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)$$



Les Opérateurs

F=f(x) ⟶ $F' = \frac{df}{dx}$

F=f(x, y, z) ⟶ $dF = df(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$

Exemple 0.4 : Soit la fonction

$$f(x,y,z) = x^2 - 2y + 4z$$

Nabla

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Laplacien

$$\vec{\nabla}\vec{\nabla}(f) = \vec{\nabla}^2(\vec{V}) = \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial z^2}$$

Gradient

$$\overrightarrow{grad} f = \vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

Rotationnel

$$\overrightarrow{rot}\vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

Divergence

$$div\vec{V} = \vec{\nabla}\vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Exemple0.4 :

Soit trois vecteurs $\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}, \overrightarrow{C}$ tel que $\|\overrightarrow{A}\| = 3$, $\|\overrightarrow{B}\| = \|\overrightarrow{C}\| = 2$, $\varphi_1 = (\widehat{\overrightarrow{A},\overrightarrow{B}}) = \frac{\pi}{3}$ et $\varphi_2 = (\widehat{\overrightarrow{A},\overrightarrow{C}}) = \frac{\pi}{4}$

1- Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}, \overrightarrow{C}$.
2- Déterminer $\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B}$, $\overrightarrow{A}-\overrightarrow{B}$, $\overrightarrow{B}+\overrightarrow{C}$, en donnant les composantes, le module et la représentation graphique.
3- Déterminer de deux façons $\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{B}$
4- Déterminer $\overrightarrow{A}\wedge\overrightarrow{B}$, $\overrightarrow{A}\wedge\overrightarrow{C}$, $\overrightarrow{C}\wedge\overrightarrow{B}$, $\overrightarrow{A}\cdot(\overrightarrow{B}\wedge\overrightarrow{C})$, $\overrightarrow{B}\wedge(\overrightarrow{A}\wedge\overrightarrow{C})$.
5- Déterminer l'aire formée par $\overrightarrow{A}$ et $\overrightarrow{B}$