

## Série de TD n°1, Structure de la Matière

Notions fondamentales & principaux constituants de la matière

### Exercice 1

Les masses du proton, du neutron et de l'électron sont respectivement :

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-24} \text{ g} ; m_n = 1,6749 \cdot 10^{-24} \text{ g} \text{ et } m_e = 9,109 \cdot 10^{-28} \text{ g}.$$

1. Définir l'unité de masse atomique et donner sa valeur en kilogramme.
2. Exprimer les masses de ces particules en unité de masse atomique (u)
3. Calculer en unité de masse atomique (u) et en kilogramme (kg) la masse de :

Une molécule d'eau, une mole d'eau, une molécule de  $\text{CaCO}_3$ , 0,4 mol de  $\text{CaCO}_3$ ,

Données : Masse molaire (g/mol) : H = 1 ; C = 12 ; O = 16 ; Ca = 40

### Exercice 2

1. Combien y a-t-il de moles et d'atomes dans : 6 g de Fe ; 6 g de C ; 6 g d'Ag
2. Calculer la masse en gramme de : 1,52 mol de Cu ; 1,52 mol de Na ; 1,52 mol de Au
3. Combien y a-t-il de moles et d'atomes de Fe et de S dans un échantillon de 0,5 kg de pyrite «  $\text{FeS}_2$  ».
4. Lequel des échantillons suivants contient le plus d'atomes de Fer : 0,2 mol de  $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$  ; 20 g de Fe ;  $2,5 \cdot 10^{23}$  atome de Fe

Données : Masse molaire (g/mol) : C = 12 ; O = 16 ; Na = 23 ; S = 32 ; Fe = 56 ; Ag = 108 ; Au = 197.

### Exercice 3

Le fer naturel  ${}_{26}\text{Fe}$  est constitué de quatre isotopes stables (n°1 à n°4) dont les abondances naturelles sont indiquées ci-dessous :

Isotope	n°1	n°2	n°3	n°4
Masse atomique (u)	53,9399	55,9349	56,9350	57,9330
Abondance (%)	5,84	91,75	2,12	0,28

1. Donner la constitution de chacun de ces isotopes.
2. Trouver la masse moyenne naturelle du fer.
3. Calculer le défaut de masse en (u) du noyau  ${}_{26}^{56}\text{Fe}$

4. Calculer le défaut de masse en (u) du noyau  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  en J et en MeV.

Données :  $m_n = 1,0086 \text{ u}$ ,  $m_p = 1,0073 \text{ u}$ ,  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

#### Exercice 4

Considérons les deux atomes suivants :  ${}^{235}_{92}\text{U}$  et  ${}^{140}_{54}\text{Xe}$

Comparer la stabilité du noyau d'uranium ( ${}^{235}_{92}\text{U}$ ) à celle du noyau de Xénon ( ${}^{140}_{54}\text{Xe}$ )

Données :  $m_n = 1,0086 \text{ u}$ ,  $m_p = 1,0073 \text{ u}$ ,  $m_U = 234,9942 \text{ u}$  et  $m_{Xe} = 139,9252 \text{ u}$ .

#### Exercice 5

La masse du noyau d'hélium  ${}^4_2\text{He}$  vaut  $4,0026 \text{ u}$ . Sachant que les masses du proton et du neutron valent :  $m_n = 1,0086 \text{ u}$  ;  $m_p = 1,0073 \text{ u}$ .

1. Calculer le défaut de masse et l'énergie de liaison (en J et en MeV) du noyau d'Hélium  ${}^4_2\text{He}$
2. Calculer, en kJ/mol, l'énergie libérée au cours de la formation d'une mole de  ${}^4_2\text{He}$ .  
Comparer cette valeur à celle de l'énergie d'une réaction chimique.

**Remarque** : l'énergie d'une réaction chimique est de l'ordre de quelques dizaines de kJ/mol.



## Corrigé de la série de TD n°1, Structure de la Matière

### Corrigé de l'exercice 1 :

1. L'UNITE DE MASSE ATOMIQUE (**uma**) est la masse élémentaire de référence, elle est définie comme le 1/12<sup>e</sup> de la masse de l'atome de carbone <sup>12</sup>C. Elle est choisie de manière à avoir la même valeur numérique pour la masse d'1 atome (en uma) et la masse d'1 mole d'atomes (en grammes).

$$1 \text{ u.} = \frac{1}{12} \times m(^{12}\text{C}); \quad \text{or: } m(^{12}\text{C}) = \frac{12}{N_A} = \frac{12}{6,023 \cdot 10^{23}}$$

$$\text{Donc: } 1 \text{ u.} = \frac{1}{12} \times \frac{12}{N_A} = \frac{1}{N_A} = \frac{1}{6,023 \cdot 10^{23}} = 1,6605 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

2. La masse d'un proton (p), d'un neutron (n) et d'un électron (e) en unité de masse atomique

$$m_p = \frac{1,6726 \cdot 10^{-27}}{1,66 \cdot 10^{-27}} = 1,00759 \text{ u}; \quad m_n = \frac{1,6749 \cdot 10^{-27}}{1,66 \cdot 10^{-27}} = 1,00897 \text{ u}; \quad m_e = \frac{9,109 \cdot 10^{-31}}{1,66 \cdot 10^{-27}} = 5,48734 \cdot 10^{-4} \text{ u}$$

3. Les masses atomiques(u) et en kilogramme (kg)

	m(u)	m (kg)
1 molécule de H <sub>2</sub> O	1 atome de O → 16 u 2 atomes de H → 2 × 1 = 2 u 1 molécule de H <sub>2</sub> O → m = 16 + 2 = 18 u	1 u → 1,66 · 10 <sup>-27</sup> kg 18 u → m (kg) m = 18 · 1,66 · 10 <sup>-27</sup> = 2,988 · 10 <sup>-26</sup> kg
1 mole de H <sub>2</sub> O	1 molécule de H <sub>2</sub> O → m = 18 u 1 mole de H <sub>2</sub> O = N <sub>A</sub> molécules de H <sub>2</sub> O → m = ? m = N <sub>A</sub> · 18 = 6,023 · 10 <sup>23</sup> · 18 = 1,08414 · 10 <sup>25</sup> u	1 u → $\frac{1}{N_A} \cdot 10^{-3}$ kg 1,084 · 10 <sup>25</sup> = 18 · N <sub>A</sub> → m (kg) m = 18 · N <sub>A</sub> · $\frac{1}{N_A} \cdot 10^{-3}$ = 18 · 10 <sup>-3</sup> kg
1 molécule de CaCO <sub>3</sub>	1 molécule de CaCO <sub>3</sub> → [40 + 12 + (16 · 3)] = 100 u	1 u → 1,66 · 10 <sup>-27</sup> kg 100 u → m (kg) m = 100 · 1,66 · 10 <sup>-27</sup> = 1,66 · 10 <sup>-25</sup> kg
0,4 moles de CaCO <sub>3</sub> ,	1 molécule de CaCO <sub>3</sub> → m = 100 u 0,4 × N <sub>A</sub> → m = ? m = 0,4 × N <sub>A</sub> × 100 = 0,4 × 6,023 · 10 <sup>23</sup> × 100 = 2,4092 · 10 <sup>25</sup> u	1 mol → 100 g de CaCO <sub>3</sub> 1 mol → 0,1 kg de CaCO <sub>3</sub> 0,4 mol → m (kg) m = 0,4 × 0,1 = 0,04 kg

### Corrigé de l'exercice 2 :

$$n = \frac{m}{M}; \quad N = n \cdot N_A \quad \text{avec } n: \text{ nombre de moles}; \quad N: \text{ nombre d'atomes}; \quad N_A: \text{ nombre d'avogadro}$$

1. Le nombre de moles et d'atomes dans :

- 6 g de Fe :

$$n = \frac{6}{56} = 0,107 \text{ mol} \quad N = n \cdot N_A = 0,107 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 6,444 \cdot 10^{22} \text{ atomes}$$

- 6 g de C

$$n = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ mol} \quad N = n \cdot N_A = 0,5 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 3,011 \cdot 10^{23} \text{ atomes}$$

- 6 g d'Ag

$$n = \frac{6}{108} = 0,055 \text{ mol} \quad N = n \cdot N_A = 0,055 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 3,312 \cdot 10^{22} \text{ atomes}$$

2. la masse en gramme de :

$$1,52 \text{ mol de Cu} : m_{Cu} = n_{Cu} \cdot M_{Cu} = 1,52 \cdot 63,5 = 96,52 \text{ g}$$

$$1,52 \text{ mol de Na} : m_{Na} = n_{Na} \cdot M_{Na} = 1,52 \cdot 23 = 34,96 \text{ g}$$

$$1,52 \text{ mol de Au} : m_{Au} = n_{Au} \cdot M_{Au} = 1,52 \cdot 197 = 299,44 \text{ g}$$

3. Le nombre de moles et d'atomes de **Fe** et de **S** dans 0,5 kg de pyrite « FeS<sub>2</sub> ».

$$M(\text{FeS}_2) = 56 + 2(32) = 120 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

### Le fer Fe

56 g de Fe → 120 g de FeS<sub>2</sub>

m (Fe)= ? → 500 g de (FeS<sub>2</sub>)

$$m(\text{Fe}) = \frac{500 \times 56}{120} = 233,33 \text{ g}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{233,33}{56} = 4,16 \text{ mol} \quad N = n \cdot N_A = 4,16 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 25,05 \cdot 10^{23} \text{ atomes de fer}$$

### Le soufre S

64 g de S → 120 g de FeS<sub>2</sub>

m (S)= ? → 500 g de (FeS<sub>2</sub>)

$$m(\text{S}) = \frac{500 \times 64}{120} = 266,66 \text{ g}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{266,66}{32} = 8,33 \text{ mol} \quad N = n \cdot N_A = 8,33 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 50,2 \cdot 10^{23} \text{ Molécule de S}$$

4. L'échantillon qui contient le plus d'atomes de Fer :

- 0,2 mol de Fe<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>,

$$N = n \cdot N_A = 0,2 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 1,20 \cdot 10^{23} \text{ molécules de Fe}_2 \text{ et donc } 2,40 \cdot 10^{23} \text{ atomes de Fe}$$

- 20 g de Fe,

$$N = n \cdot N_A = \left(\frac{m}{M}\right) \cdot N_A = \frac{20}{56} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 2,15 \cdot 10^{23} \text{ atomes de Fe}$$

- 2,5 · 10<sup>23</sup> atome de Fe

Donc l'échantillon qui contient le plus d'atomes de fer est le troisième : 2,5 · 10<sup>23</sup> atome de Fe.

### **Corrigé de l'exercice 3 :**

1. La constitution des 4 isotopes :

	Nbre de masse (A)	Protons (Z)	Nbre d'électrons	Neutrons (N)
Isotope 1	54	26	26	28
Isotope 2	56			30
Isotope 3	57			31
Isotope 4	58			32

2. La masse moyenne ( $\bar{M}$ ) naturelle du fer :

$$\Rightarrow \bar{M} = \frac{M_1 \cdot \chi_1\% + M_2 \cdot \chi_2\% + M_3 \cdot \chi_3\% + M_4 \cdot \chi_4\%}{100\%}$$

$$\bar{M} = \frac{53,9399 \times 5,84\% + 55,9349 \times 91,75\% + 56,925 \times 2,12\% + 57,933 \times 0,28\%}{100\%}$$

$$\bar{M} = 55,8396 \text{ g.mol}^{-1}$$

3. Le défaut de masse du noyau  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  en uma :

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m({}^{56}_{26}\text{Fe})$$

$$\Delta m = (26 \times 1,0073 + 30 \times 1,0086) - 55,9349$$

$$\Delta m = 0,5129 \text{ u}$$

4. Calcul de l'énergie de liaison par nucléon  $E_l/A$  de  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  :

$$E_l = \Delta m \cdot c^2 ;$$

$$E_l = 0,5129 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 = 7,6627 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$\frac{E_l}{A} = \frac{7,6627 \cdot 10^{-11}}{56} = 0,1368 \times 10^{-11} \text{ J/nucléon}$$

$$\frac{E_l}{A} = \frac{0,1368 \times 10^{-11}}{1,6 \times 10^{-19}} = 0,0855 \times 10^8 \text{ eV} = 8,55 \text{ MeV/nucléon}$$

**Corrigé de l'exercice 4 :**

L'énergie de liaison par nucléon  $\frac{E_l}{A}$  d'un noyau est donnée par la relation :

$$\frac{E_l}{A} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} \text{ Avec } \Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m(\text{noyau})$$

Pour l'uranium :  $\Delta m = (92 \times 1,0073 + 143 \times 1,0086) - 234,9942 = 1,9072 \text{ u}$

$$\frac{E_l}{A} = \frac{1,9072 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2}{235} = 0,1212 \times 10^{-11} \text{ J} = \frac{0,1212 \times 10^{-11}}{1,6 \times 10^{-13}} = 7,57 \text{ meV}$$

Pour le xénon :  $\Delta m = (54 \times 1,0073 + 86 \times 1,0086) - 139,9252 = 1,2086 \text{ u}$

$$\frac{E_l}{A} = \frac{1,2086 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2}{140} = 0,1289 \times 10^{-11} \text{ J} = \frac{0,1289 \times 10^{-11}}{1,6 \times 10^{-13}} = 8,06 \text{ meV}$$

Ou bien  $\frac{E_l}{A} = \frac{\Delta m \times 933,75}{A} \text{ (MeV)}$

$$\text{Uranium } \frac{E_l}{A} = \frac{\Delta m \times 933,75}{A} = \frac{1,9072 \times 933,75}{235} = 7,57 \text{ MeV}$$

$$\text{Xénon : } \frac{E_l}{A} = \frac{\Delta m \times 933,75}{A} = \frac{1,2086 \times 933,75}{140} = 8,06 \text{ MeV}$$

$$\left(\frac{E_l}{A}\right)_{\text{Xénon}} > \left(\frac{E_l}{A}\right)_{\text{Uranium}} \Rightarrow \text{le xénon est plus stable que l'uranium}$$

### Corrigé de l'exercice 5 :

1. Le défaut de masse du noyau de  ${}^4_2\text{He}$  et l'énergie correspondante en MeV :

Le défaut de masse  $\Delta m$

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m({}^4_2\text{He})$$

$$\Delta m = (2 \times 1,0073 + 2 \times 1,0086) - 4,0026$$

$$\Delta m = 0,0292 \text{ u}$$

L'énergie correspondante en MeV

On peut passer de l'uma au MeV en multipliant l'uma par **933,75**

$$\text{D'où } \Delta E = 0,0292 \times 933,75 = \mathbf{27,2655 \text{ MeV}}$$

Sinon on convertit on calcule l'énergie selon la formule  $\Delta E = \Delta m \times c^2$

Avec,  $\Delta m$  en [Kg] et  $c$  en [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]

$$\Delta E = \Delta m \times c^2 = 0,0292 \times 1,66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 = \mathbf{0,4368 \times 10^{-11} \text{ J}}$$

$$\Delta E = 0,4368 \times 10^{-11} \text{ J} = \frac{0,4368 \times 10^{-11}}{1,6 \times 10^{-13}} = 0,273 \cdot 10^2 = 27,3 \text{ MeV}$$

2. L'énergie libérée lors de la formation d'1 mole de He :

$$\Delta E = 0,4368 \cdot 10^{-11} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 2,63 \cdot 10^9 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

**Conclusion :** pour une réaction chimique,  $\Delta E$  est de l'ordre de quelques dizaines de kJ/mol ; soit une énergie  $10^8$  fois plus faible. Cet exemple illustre l'immense énergie issue des réactions nucléaires.