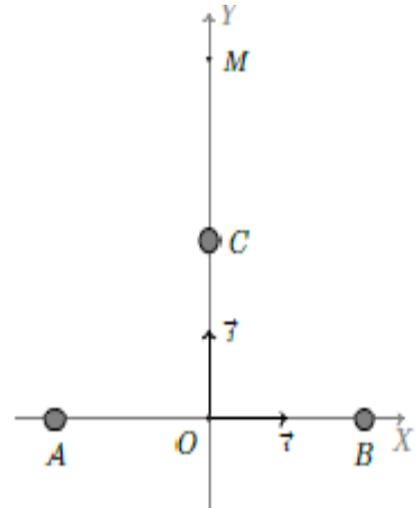


## ETLD Physique 2

### Exercice 1 : (7 Pts)

Trois charges électriques ponctuelles  $q_A, q_B,$  et  $q_C$  tel que,

$q_A = q_B = 5\sqrt{5}q$  et  $q_C = q > 0$  sont disposées respectivement aux points  $A(-a, 0), B(a, 0)$  et  $C(0, a)$  dans un repère orthonormé  $(XOY)$  de base  $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$ . Voir **Figure 1**.



**Figure 1**

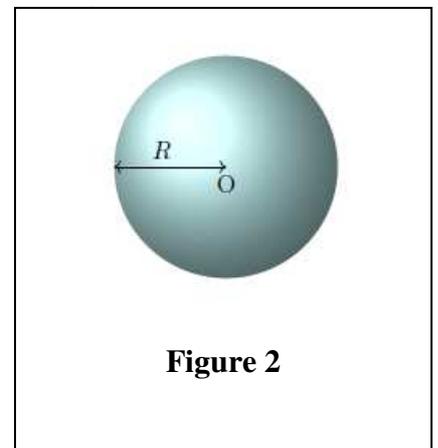
- 1) Représenter qualitativement les champs électriques créés par les trois charges au point  $M(0, 2a)$ .
- 2) Déterminer le champ électrique  $\vec{E}_M$  créé au point  $M$ .
- 3) Donner le potentiel  $V(M)$  créé au point  $M$ .
- 4) On place au point  $M$  une charge  $q_M = +2q$ . Trouver l'énergie potentielle de la charge  $q_M$ .
- 5) Représenter et calculer la force électrostatique  $\vec{F}_M$  exercée sur la charge  $q_M$ .

**On donne :**  $q = 10^{-9} \text{ C}, a = 10 \text{ cm}, K = 9 \cdot 10^9 \text{ (SI)}$ ,

### Exercice 2 : (6 pts) :

On considère une sphère de rayon  $R$  et de centre  $O$ , chargée uniformément en surface avec une charge  $Q$  de densité  $\sigma > 0$ .

1. a) En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique produit par la sphère en tout point  $M$  de l'espace ( $r < R$  et  $r \geq R$ ). Voir **Figure 2**.  
 b) Déduire le potentiel  $V(r)$  en tout point  $M$ , sachant qu'il est nul à l'infini ( $V(\infty) = 0$ ).
2. Si la valeur du potentiel à une distance  $r = 0.8 \text{ m}$  du centre  $O$  de la sphère est égale à  $1000 \text{ V}$  :  
 a) Calculer la densité surfacique  $\sigma$  en  $(\text{C}/\text{m}^2)$ .  
 b) Quelle doit être la valeur du potentiel sur la surface de la sphère.



**Figure 2**

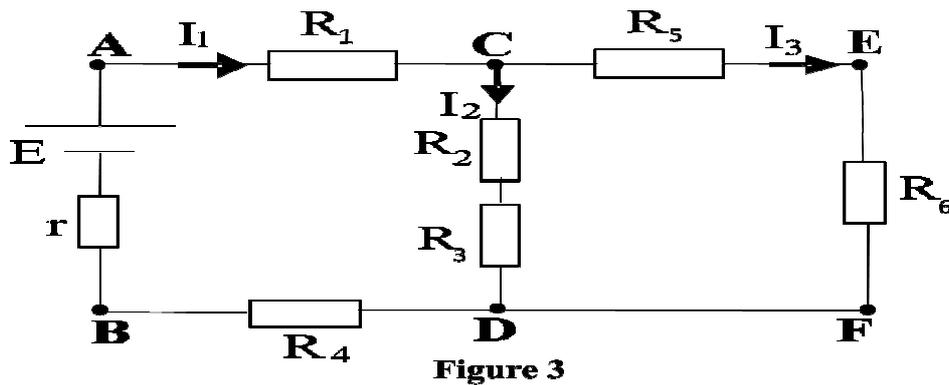
**On donne :**  $R = 0.4 \text{ m}, K = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$  donc  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$

**Exercice 3 : (7 pts)**

Soit le circuit électrique représenté sur la **Figure 3**.

- 1) Déterminer la résistance équivalente  $R$  de la portion **CEFDC** du circuit. Donner le nouveau schéma simplifié.
- 2) Calculer le courant  $I_1$  débité par le générateur
- 3) Calculer la différence de potentiel  $V_{CD}$  entre les deux points  $C$  et  $D$  ainsi que le courant  $I_2$  qui circule dans la branche  $CD$ . En déduire le courant  $I_3$ .
- 4) Quelle est la puissance dissipée par effet joule dans le générateur ? Calculer son rendement.
- 5) Si ce circuit n'est qu'une petite partie d'un appareil électrique, que vous laissez branché dans votre maison pendant une année. Calculer l'énergie dissipée (perdue) sous forme de chaleur dans ce circuit.

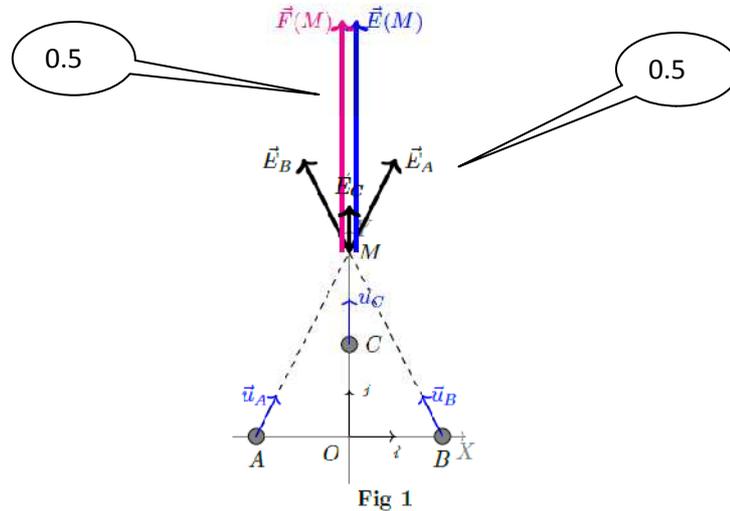
**On donne :**  $E=15V$ ,  $r=1\Omega$ ,  $R_1=5\Omega$ ,  $R_2=7\Omega$ ,  $R_3=8\Omega$ ,  $R_4=3\Omega$ ,  $R_5=4\Omega$  et  $R_6=6\Omega$



**Corrigé ETLD Physique2**

**Exercice 1 : (7 pts)**

1) Représentation des champs électriques créés par les trois charges



2) Le champ électrique au point M:

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

$$\vec{E}_A = K \frac{q_A}{r_A^2} \vec{u}_A, \quad \vec{u}_A = (\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}) = \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{i} + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{j} \right)$$

Avec :  $r_A = r_B = a\sqrt{5}$ ,  $r_C = a$

$$\vec{E}_A = K \frac{5\sqrt{5}q}{5a^2} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{i} + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{j} \right) = K \frac{q}{a^2} (\vec{i} + 2\vec{j})$$

$$\vec{E}_B = K \frac{q_B}{r_B^2} \vec{u}_B, \quad \vec{u}_B = (-\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}) = \left( -\frac{1}{\sqrt{5}} \vec{i} + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{j} \right)$$

$$\vec{E}_B = K \frac{5\sqrt{5}q}{5a^2} \left( -\frac{1}{\sqrt{5}} \vec{i} + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{j} \right) = K \frac{q}{a^2} (-\vec{i} + 2\vec{j})$$

$$\vec{E}_C = K \frac{q_C}{r_C^2} \vec{u}_C \quad ; \quad \vec{u}_C = \vec{j}$$

$$\vec{E}_C = K \frac{q}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_M = K \frac{q}{a^2} (\vec{i} + 2\vec{j}) + K \frac{q}{a^2} (-\vec{i} + 2\vec{j}) + K \frac{q}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_M = 5K \frac{q}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_M = 4,5 * 10^3 \vec{j} \text{ (V/m)}$$

3) Le potentiel  $V(M)$  au point M

$$V_M = \sum_{i=1}^3 K \frac{q}{ri} = V_A + V_B + V_C$$

$$V_A = K \frac{5\sqrt{5}q}{a\sqrt{5}}; \quad V_B = K \frac{5\sqrt{5}q}{a\sqrt{5}}; \quad V_C = K \frac{q}{a}$$

$$V_M = V_A + V_B + V_C = 2K \frac{5q}{a} + K \frac{q}{a}; V_M = 11K \frac{q}{a} = 990V$$

4) L'énergie potentielle de la charge  $q_M$

$$E_p = q_M \cdot V_M = 1,98 \cdot 10^{-6} J$$

5) La force qui s'exerce sur  $q_M$

$$\vec{F}_M = q_M \cdot \vec{E}_M$$

$$\vec{F}_M = 9 * 10^{-6} \vec{j} \text{ (N)}$$

$q_M$  étant positive, la force  $\vec{F}_M$  qui s'exerce sur  $q_M$  se dirige dans le sens du champ électrique créé en  $M$

Représentation de  $\vec{F}_M$  voir figure 1

### Exercice 2 : (6 pts)

#### 1. a) le champ électrique $E(r)$ produit par la sphère

La surface de Gauss correspond à une sphère de rayon  $r$ , donc le champ électrique est radial en tout point  $M$ , il est normal à la surface de la sphère ( $\vec{E} // \vec{ds}$ )

$$\Phi = \oint_{S_G} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{\Sigma Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot \vec{ds} = E(r) \cdot S = E(r)(4\pi r^2)$$

D'autre part et d'après le théorème de Gauss nous avons :

$$E(r)(4\pi r^2) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Deux cas sont à envisager :

- **Premier cas  $r \geq R$**  : La charge à l'intérieur de la sphère de Gauss qui est à l'extérieur de la sphère réelle est égale à  $Q_{int} = \sigma(4\pi R^2)$

Égalisant les deux membres de l'équation de Gauss, donc  $E(r)(4\pi r^2) = \sigma(4\pi R^2)$

$$E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

- **Deuxième cas  $r < R$**  : La charge à l'intérieur de la sphère de Gauss qui est à l'intérieur de la

sphère réelle est nulle  $Q_{int} = 0$  ;  $E(r) \cdot S = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = 0$

1. b) Le potentiel  $V(r)$

À partir de l'expression du champ  $E(r)$  on peut déduire le potentiel  $V(r)$ , en écrivant

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \quad \text{0.25}$$

$$V(r) = -\int E(r)dr + Cste \quad \text{0.25} \quad \text{Ou bien} \quad V(r) = \int_r^{+\infty} \vec{E} \cdot \vec{dr}$$

• Premier cas  $r \geq R$  :

$$\text{Donc : } V(r) = -\int E(r)dr + cste = -\int \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} dr + Cste = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \frac{1}{r} + Cste \quad \text{0.5}$$

$$(V(\infty) = 0) \Rightarrow Cste = 0 \Rightarrow V(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad \text{0.5}$$

$$\text{Ou bien } V(r) = \int_r^{+\infty} E(r)dr = \int_r^{+\infty} \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} dr = -\frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r} \right]_r^{+\infty}$$

$$V(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

• Deuxième cas  $r < R$  :  $E(r) = 0 \Rightarrow V(r) = V_0$

Contrairement au champ électrique, le potentiel est une fonction continue au point  $r = R$

$$V(r) = V_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} R \quad \text{0.5}$$

2. a) La valeur du potentiel a une distance  $r = 0,8m$  du centre de la sphère est égale a 1000V, ce point se trouve a l'extérieur de la sphère dont le rayon est 0,4 m, donc :

$$V(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \frac{1}{r} \Rightarrow \sigma = \frac{V(r)\epsilon_0}{R^2} r$$

$$\text{AN : } \sigma = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 \cdot 0.8}{16 \cdot 10^{-2}} = 44.25 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2 \quad \text{0.75}$$

2. b) Le potentiel sur la surface de la sphère  $r = R$

$$\text{On remplace dans l'expression de } V(r) \quad V(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} R$$

$$\text{AN : } V(R) = \frac{0.44 \cdot 10^{-7}}{8.85 \cdot 10^{-12}} * 0,4 = 2000 \text{ V} \quad \text{0.75}$$

1) **Exercice 3 :** (7 pts)

La résistance équivalente R :

$R_5$  et  $R_6$  sont en série :  $R_{56} = R_5 + R_6$

0.5

$R_{56} = 10 \Omega$

$R_2$  et  $R_3$  sont en série :  $R_{23} = R_2 + R_3$

0.5

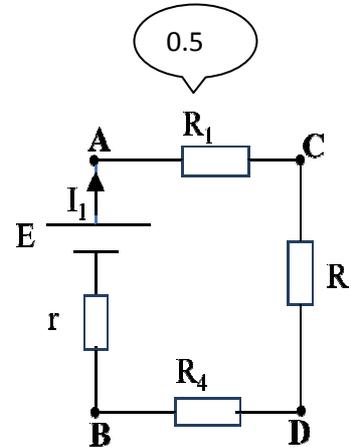
$R_{23} = 15 \Omega$

$R_{23}$  et  $R_{56}$  sont en parallèle :  $R = \frac{R_{23} R_{56}}{R_{23} + R_{56}}$

0.5

$R = 6 \Omega$

Le schéma simplifié



2) Calcul de  $I_1$  débité par le générateur

A partir de ce schéma simplifié écrivant les tensions dans la maille fermée, selon la loi de Kirchhoff

$$I_1 = \frac{E}{R + R_1 + R_4 + r}$$

0.75

$$I_1 = 1 A$$

3) La différence de potentiel  $V_C - V_D$  :

$$V_{CD} = V_C - V_D = R I_1$$

0.5

$$V_C - V_D = 6 \text{ Volt}$$

Le courant  $I_2$  circulant dans la branche CD (donc dans  $R_2$  et  $R_3$ ) :

A partir du premier circuit :  $V_{CD} = (R_2 + R_3) I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{V_{CD}}{R_2 + R_3}$

1

$$I_2 = 0,4 A$$

Evidemment, de la loi des nœuds on a  $I_3$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

0.5

$$I_3 = 0,6 A$$

NB : Bien-sur celui qui applique la règle de Cramer pour calculer les courants et la suite, aura sa note.

- 4) La puissance dissipée par effet Joule dans le générateur (dans  $r$ )

$$P = r * I_1^2$$

0.75

$$P=1W$$

Le rendement du générateur

$$\eta = \frac{E - rI_1}{E} = 93,3 \%$$

0.75

- 5) l'énergie perdue sous forme de chaleur dans le circuit pendant une année

$$\xi = (R + R_1 + R_4 + r) * I_1^2 * t$$

0.75

$$\xi = 473,04 * 10^6 j = 131,4 kWh$$